

SINGULARIDADES SOBRE EL PLANO REAL DE UN SISTEMA ANALITICO DE ORDEN DOS.

Bartomeu Coll⁽¹⁾ y Jaume Llibre⁽²⁾

(1) Departament de Matemàtiques i Informàtica, Universitat de les Illes Balears.

(2) Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona.

ABSTRACT: Consider the autonomous system $\dot{x} = P(x,y)$, $\dot{y} = Q(x,y)$, where P, Q are analytic functions at the origin such that, order $\{P, Q\} = m \geq 1$. In this note, we give a topological classification of all the local phase portraits of $(0,0)$ for $m=2$, and we find systems which they realize such configurations.

CLASIFICACION AMS (1980) : 34C05

1.- Introducción y resultados.

Consideramos el sistema de ecuaciones,

$$(1) \quad \dot{x} = P_m(x,y) + P(x,y) \quad , \quad \dot{y} = Q_m(x,y) + Q(x,y)$$

donde $m \geq 1$, P_m, Q_m son polinomios homogéneos de grado m ($P_m^2 + Q_m^2 \neq 0$) y P, Q funciones analíticas en las variables x, y ($x, y, t \in \mathbb{R}$) tales que el orden de P y Q es mayor o igual que $m+1$.

Sea el $(0,0)$ singularidad aislada de (1) y nos interesamos por el análisis de la estructura topológica local del retrato de fase del origen. Este problema puede ser tratado en términos del número de sectores elípticos (e), hiperbólicos (h) y parabólicos (p). Está demostrado en (A), que en el caso analítico el diagrama de fase consiste en un número finito de e, h y p , alrededor de la singularidad.

Fue Bendixson (B), en los inicios de la Teoría Cualitativa, quien ya formuló unas cotas sobre e . Trabajos mucho más recientes (sobre todo Berlinskii (Be1) y (Be2), y Sagalovich (S1) y (S2)), además de mejorar